MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT ZU KÖLN

Prof. Dr. A. Klawonn
M. Kühn, M. Sc.

Wintersemester 16/17

18. November 2016

5. Übung zur Numerik partieller Differentialgleichungen II

Hinweis: Schreiben Sie bitte jede Aufgabe auf ein neues Blatt und auf **jedes Blatt ihren Namen**. Auf die erste Seite Ihrer Übung schreiben Sie bitte zusätzlich Ihre Matrikelnummer.

Aufgabe 1: (8 Punkte)

Beweisen Sie, dass der in der Vorlesung vorgestellte Algorithmus für das vorkonditionierte CG-Verfahren konsistent mit der theoretischen Herleitung ist, obwohl $M^{1/2}$ darin nicht mehr auftaucht.

Programmieraufgabe: (10 Punkte)

Es sei die rechte Seite $b = (1,1)^T$ gegeben. Analysieren Sie das Gradientenverfahren (mit $M = I$) aus der Vorlesung geometrisch für folgende Matrizen:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \text{ und } \quad A_3 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Schreiben Sie dazu ein kurzes Matlabprogramm, das versucht mit dem Gradientenverfahren eine Lösung des Systems $Ax = b$ zu berechnen (Startwert: $x^{(0)} := (10,10)^T$). Plotten Sie dazu zuerst die Niveaulinien von $f(x) = \frac{1}{2}\langle Ax, x\rangle - \langle b, x\rangle$ (mit `contourf`) und visualisieren Sie die Folge der berechneten Iterierten $x^{(k)}$ wie folgt:

- Zeichnen Sie $x^{(k)}$ jeweils in den Niveauplot ein.
- Zeichnen Sie $-\alpha_k \nabla f(x^{(k)})$ ein (mit `quiver`).

Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse:

1. Wie verhält sich die Iteration qualitativ?
2. Konvergiert das Schema?
3. Konvergiert sie auch gegen eine Lösung?

Abgabe des Programmierteils

- Das ausführbare Programm (Programmcode inkl. **Startdatei**) bitte an Lara Gutberlet (`lgutberl@smail.uni-koeln.de`) mit Betreff der Form: `Uebung1, Nachname, Vorname` schicken. **Unkommentierter Programmcode wird nicht angenommen!**
- Packen Sie Ihre Dateien in ein Archiv (Formate: .zip, oder .tar.gz) mit Dateinamen der Form `ueb01_nachname_vorname.zip`.
- Geben Sie bitte immer eine **ausgedruckte Version** Ihres Programmcodes ab, falls dies in der Aufgabenstellung nicht anders vermerkt wurde.

Abgabedatum: 25. November 2016 bis 12:00 Uhr. Im entsprechenden Kasten in Raum 3.01 des Mathematischen Instituts.