MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT ZU KÖLN

Dr. Martin Lanser

Einführung in das Hochleistungsrechnen
Wintersemester 2017/2018

Übung 10

Aufgabe 1 (6 + 2 = 8 Punkte).
Wir betrachten das parallele m-Farben-SOR-Verfahren (Algorithmus 4.8 der Vorlesung) zum Lösen der diskreten Laplace-Gleichung

$$-u_{i,j-1} - u_{i-1,j} + 4u_{i,j} - u_{i,j+1} - u_{i+1,j} = h^2 f_{i,j}, \quad i,j = 1,\ldots,N$$

auf einem regelmäßigen Gitter der Größe $(N+2)\times(N+2)$, $N \in \mathbb{N}$ (d. h. mit Schrittweite $h := 1/(N+1)$) mit den Randbedingungen

$$\begin{aligned} u_{0,j} &= g_{0,j}, \quad u_{N+1,j} = g_{N+1,j}, \quad j = 1,\ldots,N, \\ u_{i,0} &= g_{i,0}, \quad u_{i,N+1} = g_{i,N+1}, \quad i = 1,\ldots,N. \end{aligned}$$

Weiterhin betrachten wir eine zweidimensionale Partition des Gitters in Quadrate (siehe Abbildung 1) und ordnen jedem der $p = P^2$ Prozessoren $P_{l,j}$, $l,j = 1,\ldots,P$ ein Teilgebiet der Größe $N/P \times N/P$ zu. Wir gehen hier zur Vereinfachung davon aus, dass N durch P teilbar ist.

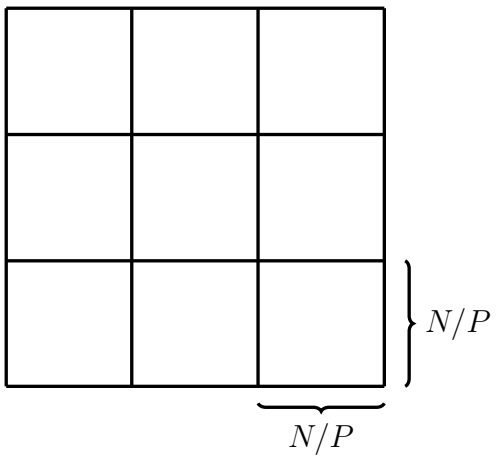

Abbildung 1: Partition des $N \times N$-Gitters in Quadrate mit $p = P^2 = 9$.

In der Vorlesung haben wir folgende Beobachtung gemacht: Für die Parallelisierbarkeit des SOR-Verfahrens genügt es, wenn die Knoten einer Farbe entkoppelt sind von den Knoten derselben Farbe in **anderen Prozessoren**! Daher eignen sich sogenannte **Blockfärbungen**. Die Idee dabei ist die folgende:

- Verwende möglichst eine zeilenweise Anordnung für die inneren Gitterpunkte eines Prozessors,
- entkopple Variablen am Rand durch geschicktes Einfärben und
- stelle sicher, dass von jeder Farbe auf jedem Prozessor etwa gleich viele Knoten vorkommen, um eine gute Verteilung der Last bei der parallelen Ausführung zu erhalten.

(a) Beschreiben Sie eine Blockfärbung mit m Farben für das Laplace-Problem. Überlegen Sie sich dazu insbesondere, wie viele Farben für die Partition in Quadrate höchstens notwendig sind, um alle oben erwähnten Anforderungen zu erfüllen.

(b) Entwickeln Sie einen parallelen SOR-Algorithmus für Ihre Blockfärbung.

Installation PETSc (Notwendig für letzte Programmieraufgabe auf Blatt 11)
Die Installation von PETSc ist vergleichsweise einfach.

Installation von PETSc (MacOS oder Linux):

1. Laden Sie z. B. Version 3.8.3 unter https://www.mcs.anl.gov/petsc/download/index.html herunter. **Nicht die *lite*-Version!**
2. Entpacken Sie das Archiv an einem Ort Ihrer Wahl.
3. Navigieren Sie im Terminal in den PETSc-Ordner.
4. Führen Sie den Befehl
   `./configure --with-cc=mpicc --with-cxx=0 --with-fc=0 --download-f2cblaslapack`
   aus, um PETSc zu konfigurieren.
5. Achten Sie darauf, das Ihr *mpicc*-Wrapper im PATH liegt (wie es auch sein muss, wenn Sie ein MPI Programm übersetzen). Alternativ können Sie auch den Pfad angeben mit: `--with-cc=/Pfad/zu/Ihrem/mpicc`.
6. Setzen Sie den PETSc-Pfad mit `export PETSC_DIR=/Pfad/zu/Ihrem/PETSc/Ordner`
7. Übersetzen Sie PETSc mit `make all`.

Unter Windows: Mit GNU-Compilern (Cygwin, MinGW) sollte es genauso funktionieren wie oben beschrieben. Alternativ empfiehlt sich eine VirtualBox mit einer Linux-Installation (zum Beispiel auf einem USB-Stick). Allerdings muss man dann zunächst erneut C-Compiler und MPI installieren. Eine Anleitung zur Installation von PETSc unter Windows gibt es auch unter https://www.mcs.anl.gov/petsc/documentation/installation.html#windows

Kompilieren eines PETSc Programms:

- Um ein PETSc-Programm übersetzen zu können, muss erst der Pfad zu den PETSc-Bibliotheken gesetzt werden durch: `export PETSC_DIR=/Pfad/zum/PETSc/Ordner` wobei der Pfad der bei der PETSc-Installation gewählte Ort ist.

- In dem Ordner, in dem sich das zu übersetzende Programm befindet, muss sich eine Datei namens `makefile` befinden. Eine PETSc Version des berühmten und typischen *Hello World* inklusive der zugehörigen makefile befindet sich auf der Homepage zum download.
- Übersetzen Sie dann einfach durch Eingabe von `make`.
- Führen Sie die nun erstellte und ausführbare Datei wie jedes andere MPI-parallele Programm bisher auch aus!

Abgabedatum: Donnerstag, 18. Januar 2018 bis 18:00 Uhr.