

Einführung in HPC Sommersemester 2016

Übung 9

Hinweis: Schreiben Sie bitte jede Aufgabe auf ein neues Blatt und auf **jedes Blatt Ihren Namen**. Auf die erste Seite Ihrer Übung schreiben Sie bitte zusätzlich zu Ihrem Namen Ihre Matrikelnummer.

Aufgabe 1 (3 + 1 Punkte).

Wir betrachten das parallele m -Farben-SOR-Verfahren (Algorithmus 4.8 der Vorlesung) zum Lösen der diskreten Laplace-Gleichung

$$-u_{i,j-1} - u_{i-1,j} + 4u_{i,j} - u_{i,j+1} - u_{i+1,j} = h^2 f_{i,j}, \quad i, j = 1, \dots, N$$

auf einem regelmäßigen Gitter der Größe $(N + 2) \times (N + 2)$, $N \in \mathbb{N}$ **gerade** (d. h. mit Schrittweite $h := 1/(N + 1)$) mit den Randbedingungen

$$\begin{aligned} u_{0,j} &= g_{0,j}, & u_{N+1,j} &= g_{N+1,j}, & j &= 1, \dots, N, \\ u_{i,0} &= g_{i,0}, & u_{i,N+1} &= g_{i,N+1}, & i &= 1, \dots, N. \end{aligned}$$

Weiterhin betrachten wir eine zweidimensionale Partition des Gitters in Quadrate (siehe Abbildung 1) und ordnen jedem der $p = P^2$ Prozessoren $P_{l,m}$, $l, j = 1, \dots, P$ ein Teilgebiet der Größe $mP \times mP$ zu.

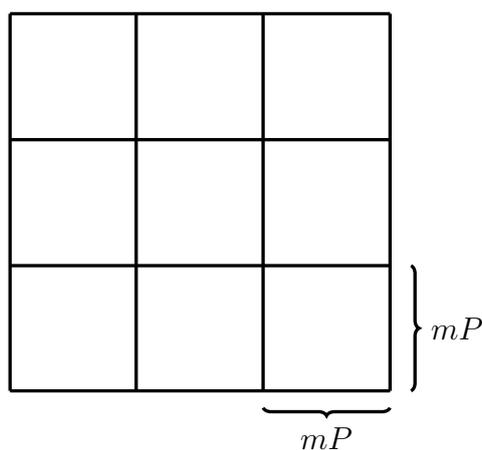


Abbildung 1: Partition des $N \times N$ -Gitters in Quadrate mit $p = P^2 = 9$.

In der Vorlesung haben wir folgende Beobachtung gemacht: Für die Parallelisierbarkeit des SOR-Verfahrens genügt es, wenn die Knoten einer Farbe entkoppelt sind von den Knoten derselben Farbe in **anderen Prozessoren**! Daher eignen sich sogenannte **Blockfärbungen**. Die Idee dabei ist die folgende:

- Verwende möglichst eine zeilenweise Anordnung für die inneren Gitterpunkte eines Prozessors und
 - entkopple Variablen am Rand durch Einfärben.
- (a) Beschreiben Sie eine Blockfärbung mit m Farben für das Laplace-Problem. Überlegen Sie sich dazu insbesondere, wie viele Farben für die Partition in Quadrate höchstens notwendig sind.
- (b) Entwickeln Sie einen parallelen SOR-Algorithmus für Ihre Blockfärbung.

Programmieraufgabe 6 (6 + 4 Punkte).

Information: Für diese Programmieraufgabe verlängert sich die Bearbeitungszeit um eine Woche, d. h. der Abgabetermin für die Programmieraufgabe 6 ist der 04. Juli 2016 bis 12:00 Uhr.

Hinweis: Für die mit dem 5-Punkte-Stern auf einem regelmäßigen Gitter mit Schrittweite h diskretisierte Laplace-Gleichung im Einheitsquadrat ist der **optimale** Parameter $\omega = 2/(1 + \sin(\pi h))$. Testen Sie Ihr Programm auch mit diesem ω .

Zusätzlich sollen Sie einige der vorhandenen *for*-Schleifen im Red-Black-SOR Verfahren mit **OpenMP** zu parallelisieren. Das heißt, innerhalb des MPI-parallelen Programms die Schleifen auf dem lokalen MPI-Rank durch zusätzliche OpenMP Anweisungen zu beschleunigen. Eine solche Mischung aus MPI und OpenMP nennt sich auch **hybride Programmierung**. Wie man mit OpenMP eine *for*-Schleife parallelisieren kann, entnehmen Sie bitte den Folien auf der Homepage, die Sie bereits in der letzten Übung gesehen haben.

Hinweis:

- Überlegen Sie zunächst, welche *for*-Schleifen die meiste Rechenzeit benötigen und sich von daher am besten zur OpenMP-Parallelisierung eignen.
- Gibt es Datenabhängigkeiten, die zu Problemen führen könnten?
- Überlegen Sie, welche Daten gefahrlos als **shared** deklariert werden können und welche besser **private** sein sollten.

Abgabedatum: 04. Juli 2016 bis 12:00 Uhr im entsprechenden Kasten in Raum 3.01 des Mathematischen Instituts oder am Ende der Vorlesung.