

Einführung in HPC

Sommersemester 2016

Übung 3

Hinweis: Schreiben Sie bitte jede Aufgabe auf ein neues Blatt und auf **jedes Blatt Ihren Namen**. Auf die erste Seite Ihrer Übung schreiben Sie bitte zusätzlich zu Ihrem Namen Ihre Matrikelnummer.

Aufgabe 1 (3 + 3 Punkte).

Wir nehmen an, dass das Senden eines Vektors mit n Komponenten von einem Prozessor zu einem anderen Prozessor $t_k(n) = (\alpha + \beta n)t_a$ Zeit benötigt. Hierbei beschreibt αt_a die Latenzzeit, die unabhängig von der Nachrichtengröße ist, und t_a die Zeit, die für eine Addition zweier Zahlen benötigt wird.

- a) Bestimmen Sie die Laufzeit $t(n, N, q)$ des Fan-in zur Berechnung von

$$s = \sum_{j=1}^{q \cdot 2^N} y_j, \quad y_j \in \mathbb{R}^n, \quad j = 1, \dots, q \cdot 2^N$$

mit $p = 2^N$ Prozessoren. Beschreiben Sie die Effizienz E als Funktion von $\frac{N}{q}$ und n . Was fällt Ihnen auf?

- b) Für welche $\frac{N}{q}$ ergibt sich eine akzeptable Effizienz $E \geq 0.5$? Berechnen Sie $E(\frac{N}{q}, n)$ für die Werte $\alpha = 1000$, $\beta = 10$, $N = 6$, $q = 18$ und $n = 10, 100, 1000$.

Hinweis: Zur Vereinfachung können Sie annehmen, dass eine serielle Addition von m Zahlen eine Laufzeit von $m \cdot t_a$ hat (an Stelle des genaueren Wertes $(m - 1) \cdot t_a$).

Aufgabe 2 (3 + 3 Punkte).

Gegeben seien eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ und ein Vektor $x \in \mathbb{R}^m$. Es sei $m = q \cdot 2^N$ und die Matrix A sei spaltenweise in 2^N Blöcke der Dimension $n \times q$ zerlegt. Der Vektor x sei analog in 2^N Blöcke der Länge q zerlegt.

- a) Bestimmen Sie die Laufzeit $t(n, N, q)$ der Matrix-Vektor-Multiplikation $A \cdot x = b$ mit $p = 2^N$ Prozessoren, wobei der Vektor $b \in \mathbb{R}^n$ sequentiell (nicht zerteilt) gespeichert werden soll. Berechnen Sie auch die Effizienz in Abhängigkeit von q , n und N . Nutzen Sie t_k aus Aufgabe 1 zur Modellierung der Kommunikationszeit. Sie können davon ausgehen, dass die Zeit t_{a+m} einer seriellen Addition plus einer Multiplikation genau so lange dauert wie die Zeit für eine Addition t_a .
- b) Stellen Sie die Effizienz E für fixierte Werte $\alpha = 1000$, $\beta = 10$, $m = 32768$ und $n = 1000$ in Abhängigkeit von $N = 0, 1, 2, \dots$ dar, also in Abhängigkeit von einer steigenden Anzahl an Prozessoren. Nutzen Sie dazu ein einfaches x-y-Diagramm. Beachten Sie, dass $q = \frac{m}{2^N}$ gilt!

Programmieraufgabe 2 (6 Punkte).

Gegeben seien eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ und ein Vektor $x \in \mathbb{R}^m$. Es seien $n = r \cdot p$ und $m = q \cdot p$, wobei $p, q, r \in \mathbb{N}$. Die Matrix A sei zeilenweise in p Blöcke der Dimension $r \times m$ zerlegt und der Vektor x sei in p Blöcke der Länge q zerlegt. Implementieren Sie ein paralleles Programm mit p MPI Prozessen (Ränge 0 bis $p - 1$), das die parallele Matrix-Vektor-Multiplikation $b = A \cdot x$ durchführt. Jeder MPI-Prozess soll dabei nur jeweils **einen** Block der Matrix A und **einen** Block des Vektors x speichern. Während der Berechnung darf jeder Prozess zusätzlich temporär maximal **einen** weiteren Block des Vektors x speichern. Der Ergebnisvektor $b \in \mathbb{R}^n$ soll ebenfalls auf die p Prozesse verteilt werden, d. h. b soll in p Blöcke der Länge r zerlegt sein, wobei jeder MPI-Prozess nur **einen** Block von b speichern soll.

Hinweise:

- Verwenden Sie die Anzahl Blöcke r und q als Eingabeparameter für Ihr Programm, um sicherzustellen, dass die Blockgrößen für alle Prozesse gleich sind.
- Als einfachen Testfall für die korrekte Funktionsweise Ihres Programms können Sie auf Prozess P_i , $i = 0, \dots, p$ für alle Einträge der lokalen k -ten Zeile ($k = 1, \dots, r$) den Wert $(i + 1) \cdot (k/p)$ wählen und 1 für alle Einträge des Vektors x .
- Nutzen Sie für Ihre Implementierung die Funktion **MPI_Bcast**, die eine (blockierende) Broadcast-Operation durchführt, d. h. ein Prozess sendet eine Nachricht an alle Prozesse in einem Kommunikator.

Abgabedatum: 23. Mai 2016 bis 12:00 Uhr im entsprechenden Kasten in Raum 3.01 des Mathematischen Instituts oder am Ende der Vorlesung.